［コース ID：49］　基礎数学 AII

49.11　三角関数の性質

49.11.1　一般角

49.11.2　一般角の三角関数

問題 001（バリエーション No.3）

三角関数 $\sin 360^\circ = \boxed{\text{ア}}$ である．

x 軸との成す角が 360° であるとき，x 軸と重なっているので

$$\sin 360^\circ = \sin 0^\circ = 0$$

である．

【答】　$\mathbf{0}$

問題 002（バリエーション No.3）

三角関数 $\tan 420^\circ = \boxed{\text{ア}}$ である．

$420 = 360 + 60$ であるから

$$\tan 420^\circ = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

【答】　$\boldsymbol{\sqrt{3}}$

問題 003（バリエーション No.4）

三角関数 $\tan 660^\circ = \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ である．

$660 = 360 + 300$ であるから

$$\tan 660^\circ = \tan 300^\circ = -\sqrt{3}$$

【答】　$\boldsymbol{-\sqrt{3}}$

問題 004（バリエーション No.3）

三角関数 $\sin 390^\circ = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である．

$390 = 360 + 30$ であるから

$$\sin 390^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

【答】　$\boldsymbol{\dfrac{1}{2}}$

問題 005（バリエーション No.17）

三角関数 $\cos\left(-315^\circ\right) = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である.

角度を 360° 加えても三角関数の値は変わらないので

$$\cos\left(-315^\circ\right) = \cos\left(360 - 315\right)^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

【答】 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

問題 006（バリエーション No.36）

三角関数 $\cos 570^\circ = \dfrac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である.

$570 = 360 + 210$ なので

$$\cos 570^\circ = \cos 210^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

【答】 $\dfrac{-\sqrt{3}}{2}$

49.11.3　弧度法

問題 001（バリエーション No.1）

60 分法で 5° は, 弧度法で $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}\pi[\mathrm{rad}]$ である.

60 分法における 360° が弧度法における $2\pi[\mathrm{rad}]$ に対応するので 60 分法で α° のとき弧度法では

$$\alpha \times \frac{2\pi}{360}[\mathrm{rad}]$$

となる. $\alpha = 5$ とすると弧度法では $\dfrac{10\pi}{360} = \dfrac{1}{36}\pi$ である.

【答】 $\dfrac{1}{36}\pi$

問題 002（バリエーション No.1）

弧度法で $\dfrac{1}{36}\pi[\mathrm{rad}]$ は, 60 分法で $\boxed{\text{ア}}^\circ$ である.

60 分法での 360° が弧度法で $2\pi[\mathrm{rad}]$ になるので弧度法で $\theta[\mathrm{rad}]$ のとき 60 分法では

$$\left(\theta \times \frac{360}{2\pi}\right)^\circ$$

となる. $\theta = \dfrac{1}{36}\pi$ とすると, 60 分法では $\dfrac{360}{72} = 5$ である.

【答】　5°

問題 003（バリエーション No.1）

半径 8cm, 中心角 $\dfrac{1}{4}\pi$ の扇形の弧の長さは $\boxed{\text{ア}}$ πcm で, 面積は $\boxed{\text{イ}}$ πcm^2 である.

半径 8cm の円の周の長さは 16πcm であるので, 中心角 $\dfrac{1}{4}\pi$ の扇形の弧の長さは

$$16\pi \times \frac{1}{2\pi} \times \frac{1}{4}\pi = 2\pi(\text{cm})$$

である. また半径 8cm の円の面積は $64\pi\text{cm}^2$ であるので, 中心角 $\dfrac{1}{4}\pi$ の扇形の面積は

$$64\pi \times \frac{1}{2\pi} \times \frac{1}{4}\pi = 8\pi(\text{cm}^2)$$

である.

【答】　弧の長さは 2πcm, 面積は $8\pi\text{cm}^2$

問題 004（バリエーション No.1）

半径 15cm で弧の長さが 4πcm である扇形の中心角の大きさは $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}\pi$ である.

半径 15cm の円の周の長さは 30πcm であるから, 中心角を θ[rad] としたとき,

$$30\pi \times \frac{1}{2\pi} \times \theta = 4\pi$$

が成り立つ. これを解くと $\theta = \dfrac{4\pi}{15}$ である.

【答】　$\dfrac{4}{15}\pi$

49.11.4　三角関数の性質

問題 001（バリエーション No.1）

$$\sin\frac{5}{3}\pi - 2\cos\frac{19}{6}\pi = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

$\dfrac{5}{3}\pi = 2\pi - \dfrac{1}{3}\pi$ であるから

$$\sin\frac{5}{3}\pi = \sin\left(2\pi - \frac{1}{3}\pi\right) = \sin\left(-\frac{1}{3}\pi\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

であり, $\dfrac{19}{6}\pi = 2\pi + \dfrac{7}{6}\pi$ であるから

$$\cos\frac{19}{6}\pi = \cos\frac{7}{6}\pi = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

である．よって

$$\sin\frac{5}{3}\pi - 2\cos\frac{19}{6}\pi = -\frac{\sqrt{3}}{2} - 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

【答】 $\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

問題 002（バリエーション No.1）

次の設問について $\boxed{\text{ア}}$ に下の⓪〜⑨から最も適するものを選べ．

$\dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \dfrac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$ と恒等的に等しい式は $\boxed{\text{ア}}$ である．

⓪	$\dfrac{1}{\sin\theta}$	⑤	$\dfrac{2}{1+\cos\theta}$
①	$\dfrac{2}{\sin\theta}$	⑥	$\dfrac{1}{\cos\theta}$
②	$\dfrac{1}{1+\sin\theta}$	⑦	$\dfrac{2}{\cos\theta}$
③	$\dfrac{2}{1+\sin\theta}$	⑧	$\dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}$
④	$\dfrac{1}{1+\cos\theta}$	⑨	$\dfrac{2}{\sin\theta\cos\theta}$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ を用いると

$$\begin{aligned}
\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} &= \frac{\sin^2\theta + (1+\cos\theta)^2}{\sin\theta(1+\cos\theta)} \\
&= \frac{\sin^2\theta + 1 + 2\cos\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)} \\
&= \frac{2(1+\cos\theta)}{\sin\theta(1+\cos\theta)} \\
&= \frac{2}{\sin\theta}
\end{aligned}$$

【答】 ①