［コース ID：49］　基礎数学 AII

49.10　三角比の応用

49.10.1　三角比の応用

問題 001（バリエーション No.1）

BC=$\sqrt{6}$, AC=$3\sqrt{2}$, $\cos B = -\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ である △ABC の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}}$ であり, $\sin A = \dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ である.

外接円の半径を R とすると正弦定理から

$$2R = \frac{\mathrm{AC}}{\sin B} = \frac{\mathrm{BC}}{\sin A}$$

が成り立つ. $\cos B = -\dfrac{\sqrt{6}}{3}$, $\sin^2 B + \cos^2 B = 1$ より

$$\sin B = \sqrt{1-\cos^2 B} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

よって

$$R = \frac{1}{2}\cdot 3\sqrt{2}\cdot\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

また

$$\sin A = \frac{\mathrm{BC}}{2R} = \sqrt{6}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3\sqrt{6}} = \frac{1}{3}$$

【答】　外接円の半径は $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$, $\sin A = \dfrac{1}{3}$

問題 002（バリエーション No.1）

△ABC のおいて, $a=8$, $b=3$, $C=60^\circ$ のとき, $c = \boxed{ア}$ である.

余弦定理から

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2+b^2-2ab\cos C \\ &= 64+9-2\cdot 8\cdot 3\cdot\frac{1}{2} \\ &= 49 \end{aligned}$$

よって $c=7$ である.

【答】　7

問題 003（バリエーション No.1）

△ABC において, $a=8,\ b=3,\ c=7$ のとき, $\cos C = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である.

余弦定理から

$$\begin{aligned}\cos C &= \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\\ &= \frac{64+9-49}{2\cdot 8\cdot 3}\\ &= \frac{24}{48} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

よって $\cos C = \dfrac{1}{2}$ である.

【答】 $\boldsymbol{\dfrac{1}{2}}$

問題 004（バリエーション No.1）

△ABC において, $a=2,\ b=3,\ c=4$ のとき,
$\cos A = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\ \cos B = \dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカ}}},\ \cos C = \dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である.

それぞれ余弦定理から

$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{9+16-4}{2\cdot 3\cdot 4} = \frac{7}{8}$$

$$\cos B = \frac{c^2+a^2-b^2}{2ca} = \frac{16+4-9}{2\cdot 4\cdot 2} = \frac{11}{16}$$

$$\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{4+9-16}{2\cdot 2\cdot 3} = -\frac{1}{4}$$

【答】 $\boldsymbol{\cos A = \dfrac{7}{8},\ \cos B = \dfrac{11}{16},\ \cos C = \dfrac{-1}{4}}$

問題 005（バリエーション No.1）

$a=8,\ b=4,\ C=30^\circ$ のとき, △ABC の面積は $\boxed{\text{ア}}$ である.

△ABC の面積 S は

$$S = \frac{1}{2}ab\sin C$$

で与えられる．よって

$$S = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot 4\cdot \frac{1}{2} = 8$$

【答】 **8**

問題 005（バリエーション No.11）

$a=5,\ b=6,\ c=5$ のとき, △ABC の面積は $\boxed{\text{アイ}}$ である.

余弦定理から

$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{36+25-25}{2\cdot 6\cdot 5} = \frac{3}{5}$$

よって

$$\sin A = \sqrt{1-\cos^2 A} = \frac{4}{5}$$

△ABC の面積 S は $S=\frac{1}{2}bc\sin A$ で与えられるので

$$S = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 5\cdot \frac{4}{5} = 12$$

【答】　12