

【コースID：51】 微分積分Ⅰ

51.8 対数関数の導関数

51.8.1 対数関数の導関数

問題 001 (バリエーション No.1)

関数 $f(x) = \log\left(-\frac{1}{x^2} - 2\right)$ の導関数 $f'(x)$ を表す式として正しいものを次の中から選び、その番号を へマークせよ.

- ① $\frac{x}{x^2 + 2}$
- ② $\frac{x}{x^2 - 2}$
- ③ $-\frac{1}{x(2x^2 + 1)}$
- ④ $\frac{1}{x(2x^2 + 1)}$
- ⑤ $\frac{2x}{x^2 + 2}$
- ⑥ $\frac{2x}{x^2 - 2}$
- ⑦ $-\frac{2}{x(2x^2 + 1)}$
- ⑧ $\frac{2}{x(2x^2 + 1)}$

$g(x) = -\frac{1}{x^2} - 2$ とすると $f(x) = \log g(x)$ であり

$$g'(x) = \frac{2}{x^3}$$

であるから

$$\left(\log\left(-\frac{1}{x^2} - 2\right)\right)' = \frac{\frac{2}{x^3}}{-\frac{1}{x^2} - 2} = \frac{2}{x^3} \cdot \frac{x^2}{-1 - 2x^2} = -\frac{2}{x(2x^2 + 1)}$$

【答】 ⑦

問題 002 (バリエーション No.1)

関数 $f(x) = \log(\cos x^2)$ の導関数 $f'(x)$ を表す式として正しいものを次の中から選び、その番号を へマークせよ.

- ① $-4x \tan x^2$
- ② $x \tan x^2$
- ③ $-x \tan x^2$
- ④ $2x \tan x^2$
- ⑤ $-2x \tan x^2$
- ⑥ $-2x \tan^2 x$
- ⑦ $x \tan^2 x$
- ⑧ $-\frac{2x}{\tan x^2}$

$$(\log(\cos x^2))' = \frac{1}{\cos x^2} \cdot (\cos x^2)' = -\frac{2x \sin x^2}{\cos x^2} = -2x \tan x^2$$

【答】 ④

問題 003 (バリエーション No.21)

関数 $f(x) = \log \sqrt{-2x^3 + 1}$ の導関数 $f'(x)$ を表す式として正しいものを次の中から選び、その番号を へマークせよ.

- ① $\frac{3x^2}{2x^3 + 1}$
- ② $\frac{3x^2}{2x^3 - 1}$
- ③ $-\frac{3}{x(x^3 + 2)}$
- ④ $\frac{3}{x(x^3 - 2)}$
- ⑤ $-\frac{3x^2}{2x^3 + 1}$
- ⑥ $-\frac{3x^2}{2x^3 - 1}$
- ⑦ $\frac{3}{x(x^3 + 2)}$
- ⑧ $-\frac{3}{x(x^3 - 2)}$

$$\log \sqrt{-2x^3 + 1} = \log (-2x^3 + 1)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log (-2x^3 + 1) \text{ より}$$

$$\left(\log \sqrt{-2x^3 + 1} \right)' = \frac{1}{2} \cdot \frac{(-2x^3 + 1)'}{-2x^3 + 1} = \frac{3x^2}{2x^3 - 1}$$

【答】 ①

問題 004 (バリエーション No.1)

関数 $f(x) = x^x$ ($x > 0$) の導関数 $f'(x)$ を表す式として正しいものを次の中から選び、その番号を へマークせよ.

- ① $x(\log x + 1)$
- ② $x^x(\log x + 1)$
- ③ $x(\log x - 1)$
- ④ $x^x(\log x - 1)$
- ⑤ $-\frac{\log x + 1}{x^x}$
- ⑥ $-\frac{\log x - 1}{x^x}$
- ⑦ $x^{x-1}(\log x + 1)$
- ⑧ $-x^{x-1}(\log x + 1)$

$y = x^x$ として両辺の対数をとると

$$\log y = x \log x$$

両辺を x で微分すると

$$\frac{y'}{y} = \log x + x \cdot \frac{1}{x} = \log x + 1$$

よって

$$y' = y(\log x + 1) = x^x(\log x + 1)$$

【答】 ②