

【コース ID : 51】 微分積分 I

51.2 微分係数

51.2.1 微分係数

問題 001 (バリエーション No.1)

関数 $f(x) = x^2 - 3x + 1$ において, x が 1 から 3 まで変化するときの平均変化率は である.

x が a から b まで変化するときの平均変化率は

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

で与えられる.

$$f(1) = 1 - 3 + 1 = -1$$

$$f(3) = 9 - 9 + 1 = 1$$

より x が 1 から 3 まで変化するときの平均変化率は

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{1 - (-1)}{2} = 1$$

【答】 1

問題 002 (バリエーション No.1)

$f(x) = 2x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ において, x が 1 から 2 まで変化するときの平均変化率は である.

$$f(1) = 2 + 2 + 3 + 4 = 11$$

$$f(2) = 16 + 8 + 6 + 4 = 34$$

より x が 1 から 2 まで変化するときの平均変化率は

$$\frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = 34 - 11 = 23$$

【答】 23

問題 003 (バリエーション No.1)

曲線 $y = 2x^2 + 10x + 5$ 上の点 $(-4, -3)$ におけるこの曲線の接線の傾きは である.

関数 $y = f(x)$ が $x = a$ で微分可能であるとき, その微分係数 $f'(a)$ は $f(x)$ の $x = a$ における接線の傾きを表す.

$f(x) = 2x^2 + 10x + 5$ とすると $x = -4$ における接線の傾きは

$$\begin{aligned} f'(-4) &= \lim_{x \rightarrow -4} \frac{f(x) - f(-4)}{x - (-4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 10x + 8}{x + 4} \\ &= \lim_{x \rightarrow -4} \frac{(2x + 2)(x + 4)}{x + 4} \\ &= \lim_{x \rightarrow -4} (2x + 2) = -6 \end{aligned}$$

【答】 -6

問題 004 (バリエーション No.1)

曲線 $y = x^2 + x - 2$ 上の点 $(-1, -2)$ における, この曲線の接線の方程式は

$$y = \boxed{\text{ア}} x - \boxed{\text{イ}}$$

である.

$f(x) = x^2 + x - 2$ とすると, $f(x)$ の $x = -1$ における接線の傾きは

$$\begin{aligned} f'(-1) &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x}{x + 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} x = -1 \end{aligned}$$

点 $(-1, -2)$ を通り, 傾きが -1 であるような直線の方程式は

$$y - (-2) = -(x - (-1))$$

で与えられるので整理すると $y = -x - 3$ である.

【答】 $y = -x - 3$

問題 005 (バリエーション No.1)

曲線 $y = x^3 - 5x^2 - x - 1$ 上の点 $(1, -6)$ における, この曲線の接線の方程式は

$$y = \boxed{\text{アイ}} x + \boxed{\text{ウ}}$$

である.

$f(x) = x^3 - 5x^2 - x - 1$ とすると, $f(x)$ の $x = 1$ における接線の傾きは

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x^2 - x + 5}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)(x - 5)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)(x - 5) \\ &= (1 + 1)(1 - 5) = -8 \end{aligned}$$

点 $(1, -6)$ を通り, 傾きが -8 であるような直線の方程式は

$$y - (-6) = -8(x - 1)$$

で与えられるので整理すると $y = -8x + 2$ である.

【答】 $y = -8x + 2$