［コース ID：47］　基礎数学 BII

47.2　順列

47.2.1　順列

問題 001（バリエーション No.1）

A,B,C,D の 4 つの文字の中から 3 つの文字を選んで 1 列に並べる方法は, 全部で $\boxed{\text{アイ}}$ 通りある.

1 番初めの文字の選び方は A,B,C,D の 4 通り, 2 番目の文字の選び方は最初に選ばれた文字以外の文字の 3 通り, 3 番目の文字の選び方はそれら以外の 2 通りである. すなわち

$${}_4\mathrm{P}_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

より 24 通り.

【答】　24 **通り**

問題 002（バリエーション No.21）

${}_7\mathrm{P}_3 = \boxed{\text{アイウ}}$ である.

定義から

$${}_n\mathrm{P}_r = \frac{n!}{(n-r)!} = n \times (n-1) \times \cdots \times (n-r+1)$$

であるので, $n = 7,\ r = 3$ とすると

$${}_7\mathrm{P}_3 = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

【答】　**210**

問題 002（バリエーション No.41）

$0! = \boxed{\text{ア}}$

通常, n の階乗 $n!$ を定義するときは

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 2 \times 1$$

のように定義されるが, これは $n > 0$ を仮定している. $n = 0$ のとき, すなわち $0!$ は通常 $0! = 1$ と定義される.
注意しておきたいのは ”計算した結果, $0! = 1$ が導かれる” のではなく,

”便宜上 $0! = 1$ と定義している”

ということである. つまり, このように定義しておいたほうが, 色々と便利なことが多いのである.
例えば, 順列 ${}_n\mathrm{P}_r$ を考えると $n = r$ のとき, 定義から ${}_n\mathrm{P}_n = n!$ が成り立つ. ここで順列 ${}_n\mathrm{P}_r$ は

$${}_n\mathrm{P}_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

と表されるので, $n = r$ のとき

$$\frac{n!}{0!} = n!$$

となるので $0! = 1$ と定義しておけば, 上の式は $n = r$ のときも成り立つことが分かる.

【答】　1

問題 003（バリエーション No.3）

アルファベット 26 文字がある．この中から重複せずに 3 つ文字を選んで単語を作ると, **アイウエオ** 種類の単語を作ることが出来る.

最初の 1 文字の選び方は 26 通りであり, 重複を許さないので, 次の文字の選び方は 25 通り, 3 文字目の選び方は 24 通りである.

$$26 \times 25 \times 24 = 15600$$

より, 作れる単語は 15600 種類である.

【答】　15600

問題 003（バリエーション No.4）

アルファベット 26 文字がある．この中から重複を許して 3 つ文字を選んで単語を作ると, **アイウエオ** 種類の単語を作ることが出来る.

重複を許しているので 1 文字目, 2 文字目, 3 文字目ともに文字の選び方は 26 通りある.

$$26 \times 26 \times 26 = 17576$$

よって 17576 種類の単語が作れる.

【答】　17576

問題 004（バリエーション No.1）

男子が 2 人, 女子が 3 人いて横並びに 1 列に並ぶとき, 女子が 3 人必ず隣り合うように並ぶ並び方は **アイ** 通りある.

女子 3 人を”女子達”として 1 つのグループにして考えると, 男子 2 人と”女子達”の並ばせ方は

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

より 6 通りである.

(男子 2 人と”女子達”の並ばせ方)

(男子 A, 男子 B, 女子達), (男子 A, 女子達, 男子 B), (男子 B, 男子 A, 女子達),
(男子 B, 女子達, 男子 A), (女子達, 男子 A, 男子 B), (女子達, 男子 B, 男子 A)

また, ”女子達”のグループの中での女子の並ばせ方は女子が 3 人いることから

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

より 6 通りである.

(”女子達”の中での女子の並ばせ方)

(女子 A, 女子 B, 女子 C), (女子 A, 女子 C, 女子 B), (女子 B, 女子 A, 女子 C),
(女子 B, 女子 C, 女子 A), (女子 C, 女子 A, 女子 B), (女子 C, 女子 B, 女子 A)

よって全体では $6 \times 6 = 36$ 通りの並ばせ方が存在する.

(男子 2 人と”女子達”の並ばせ方)

【答】　36 通り

問題 004（バリエーション No.20）

0〜6 の数字の書かれたカードがそれぞれ 1 枚ずつある. これらの中から 3 枚を選択して順に並べ, 3 桁の数をつくるとき $\boxed{\text{アイウ}}$ 通りの方法がある (但し, ゼロは最上位の桁の数字として使えないものとする).

百の位に 0 は使えないので, 百の位の数の選び方は 1〜6 の 6 通りである. 十の位の数の選び方は百の位で選んだ数以外の数なので 6 通りであり, 一の位の数は残りの 5 枚から選ぶので 5 通りである.

$$6 \times 6 \times 5 = 180$$

より 3 桁の数の作り方は 180 通りである.

【答】　180 通り

問題 004（バリエーション No.49）

4 人の人がじゃんけんをするとき, 全員の手の出し方は全部で $\boxed{\text{アイ}}$ 通りある.

1 人 1 人の手の出し方は 3 通りなので全員の手の出し方は $3^4 = 81$ 通りである.

【答】　81 通り

問題 004（バリエーション No.74）

500 円硬貨 2 枚, 100 円硬貨 2 枚を持っている. おつりが出ないように支払うことができる金額は全部で $\boxed{\text{ア}}$ 通りある.

支払う際に用いる 100 円硬貨の枚数は 0 枚, 1 枚, 2 枚の 3 通りあり, 用いる 500 円硬貨の枚数も同様に 3 通りある.

$$3 \times 3 = 9$$

であり, これらはすべて金額が異なっているが, 硬貨を出さないこと (両方とも 0 枚) は考えないので, 求める場合の数は 9 から 1 通り引いて 8 通りである

【答】　8 通り