

## 【コース ID : 50】 基礎数学 AI

## 50.12 2 次関数

## 50.12.1 関数とグラフ

## 問題 001 (バリエーション No.1)

関数  $y = 2x + 2$  ( $-8 \leq x \leq -3$ ) の値域は   $\leq y \leq$   である。

$y = 2x + 2$  ( $-8 \leq x \leq -3$ ) は単調増加 ( $x$  が大きい値になるにつれて  $y$  も大きい値になる) であるから  $x = -8$  の時, 最小値  $y = -14$  をとり,  
 $x = -3$  の時, 最大値  $y = -4$  をとる。よってその値域は

$$-14 \leq y \leq -4$$

である。

【答】  $-14 \leq y \leq -4$

## 問題 001 (バリエーション No.21)

関数  $y = -2x + 2$  ( $-5 \leq x \leq 7$ ) の値域は   $\leq y \leq$   である。

$y = -2x + 2$  ( $-5 \leq x \leq 7$ ) は単調減少 ( $x$  が大きい値になるにつれて  $y$  は小さい値になる) であるから  $x = 7$  の時, 最小値  $y = -12$  をとり,  
 $x = -5$  の時, 最大値  $y = 12$  をとる。よってその値域は

$$-12 \leq y \leq 12$$

である。

【答】  $-12 \leq y \leq 12$

## 問題 002 (バリエーション No.1)

グラフの傾きが 2 で,  $x$  軸と  $(-2, 0)$  で交わる 1 次関数は  $y =$    $x +$   である。

傾きが 2 で点  $(-2, 0)$  を通るような 1 次関数は  $y = 2(x + 2)$  と表せる。展開すれば  $y = 2x + 4$  を得る。

(別解)

傾きが 2 なので求める 1 次関数は  $y = 2x + b$  と表せる。点  $(-2, 0)$  を通ることから

$$0 = 2 \times (-2) + b$$

が成り立ち, これを解くと  $b = 4$  となる。よって  $y = 2x + 4$ 。

【答】  $y = 2x + 4$

## 問題 003 (バリエーション No.1)

グラフが2点 (5, 13), (1, 5) を通るような1次関数は  $y =$    $x +$   である。

2点 (5, 13), (1, 5) の間の傾きは

$$\frac{13 - 5}{5 - 1} = \frac{8}{4} = 2$$

である。点 (1, 5) を通ることから、求める1次関数は  $y - 5 = 2(x - 1)$  と表せる。これを整理すると  $y = 2x + 3$  を得る。

【答】  $y = 2x + 3$

## 問題 004 (バリエーション No.1)

1次関数  $y = ax + b$  のグラフが2点 (5, 13) (1, 5) を通るならば、 $a =$   ,  $b =$   である。

2点 (5, 13), (1, 5) を通ることから

$$\begin{cases} 5a + b = 13 \\ a + b = 5 \end{cases}$$

が成り立つ。これを解くと  $a = 2$ ,  $b = 3$  を得る。

【答】  $a = 2$ ,  $b = 3$

## 問題 005 (バリエーション No.1)

ある1次関数において、定義域を  $-6 < x \leq -3$  としたとき、値域が  $-3 \leq y < 3$  となるならば、この関数の式は  $y =$    $x -$   である。

求める1次関数を  $y = ax + b$  とおくと、1次関数は単調増加または単調減少であるから定義域の端点で最大値または最小値をとる。条件の不等式の形から  $y = ax + b$  は定義域が実数全体のとき、2点  $(-6, 3)$ ,  $(-3, -3)$  を通ることがわかる。よってその傾きは

$$a = \frac{3 - (-3)}{-6 - (-3)} = \frac{6}{-3} = -2$$

である。 $(-3, -3)$  を通ることから  $-3 = (-2) \times (-3) + b$  が成り立ち、ここから  $b = -9$  を得る。よって  $y = -2x - 9$  である。

【答】  $y = -2x - 9$

## 50.12.2 2 次関数のグラフ

## 問題 001 (バリエーション No.1)

以下の空欄を埋めよ. ただし  については

① 上に凸

② 下に凸

のいずれかを選び, その番号をマークせよ.

2 次関数  $y = (x + 1)^2 - 8$  のグラフは,

2 次関数  $y = x^2$  のグラフを  $x$  軸方向に ,  $y$  軸方向に  平行移動した  の放物線である.

また, 軸は直線  $x =$   で表され, 頂点の座標は (, ) である.

$y = x^2$  を  $x$  軸方向に  $a$ ,  $y$  軸方向に  $b$  だけ平行移動した関数は  $y = (x - a)^2 + b$  と表せる.

また, この関数の軸は  $x = a$  であり. 頂点は  $(a, b)$  である.

よって  $y = (x + 1)^2 - 8$  は  $y = x^2$  を  $x$  軸方向に  $-1$ ,  $y$  軸方向に  $-8$  だけ平行移動した関数であり, 軸は  $x = -1$ , 頂点は  $(-1, -8)$  となる.

また,  $y = x^2$  は下に凸の放物線であり,  $y = (x + 1)^2 - 8$  はこのグラフを平行移動しただけなので同じく 下に凸の放物線 である.

## 問題 002 (バリエーション No.1)

グラフが座標平面上の 3 点  $(-1, 7), (2, 1), (-3, 31)$  を通るような 2 次関数は

$$y = \text{ア} x^2 - \text{イ} x + \text{ウ}$$

である.

求める 2 次関数を  $y = ax^2 + bx + c$  とおくと, 3 点  $(-1, 7), (2, 1), (-3, 31)$  を通るのでそれぞれ代入すると

$$\begin{cases} a - b + c = 7 \\ 4a + 2b + c = 1 \\ 9a - 3b + c = 31 \end{cases}$$

を得る. これを解くと  $a = 2, b = -4, c = 1$  となるので求める 2 次関数は  $y = 2x^2 - 4x + 1$  である,

【答】  $y = 2x^2 - 4x + 1$

## 問題 003 (バリエーション No.1)

点  $(-1, 16)$  を通り, 頂点が  $(2, -2)$  であるような 2 次関数は

$$y = \text{ア} x^2 - \text{イ} x + \text{ウ}$$

である.

頂点が  $(2, -2)$  であることから, 求める 2 次関数は

$$y = a(x - 2)^2 - 2$$

と表せる.  $(-1, 16)$  を通るので代入すると  $9a - 2 = 16$  より  $a = 2$  であることがわかる.

展開すれば  $y = 2x^2 - 8x + 6$  を得る.

【答】  $y = 2x^2 - 8x + 6$

#### 問題 004 (バリエーション No.1)

直線  $x = 2$  を軸とし, 2 点  $(-2, 26), (3, -4)$  を通るような 2 次関数は

$$y = \boxed{\text{ア}} x^2 - \boxed{\text{イ}} x + \boxed{\text{ウ}}$$

である.

直線  $x = 2$  を軸としているので求める 2 次関数は

$$y = a(x - 2)^2 + b$$

と表せる. 2 点  $(-2, 26), (3, -4)$  を通るのでそれぞれ代入すると

$$\begin{cases} 16a + b = 26 \\ a + b = -4 \end{cases}$$

が成り立つ. これを解くと  $a = 2, b = -6$  を得る. 代入して展開すると

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 2)^2 - 6 \\ &= 2(x^2 - 4x + 4) - 6 \\ &= 2x^2 - 8x + 2 \end{aligned}$$

となる.

【答】  $y = 2x^2 - 8x + 2$

#### 問題 005 (バリエーション No.1)

2 次関数  $y = ax^2 + bx + c$  が  $y$  軸と  $(0, -1)$  で交わり, 2 点  $(-1, 9), (-2, 23)$  を通るならば,

$$a = \boxed{\text{ア}}, b = \boxed{\text{イウ}}, c = \boxed{\text{エオ}}$$

である.

$y$  軸と  $(0, -1)$  で交わるので  $c = -1$  である. 2 点  $(-1, 9), (-2, 23)$  を通るのでそれぞれ代入すると

$$\begin{cases} a - b - 1 = 9 \\ 4a - 2b - 1 = 23 \end{cases}$$

が成り立つ. これを解くと  $a = 2, b = -8$  を得る.

【答】  $a = 2, b = -8, c = -1$