

【コース ID : 50】 基礎数学 AI

50.2 因数分解

50.2.1 因数分解

問題 001 (バリエーション No.1)

$8x^2 - 22x - 13$ を因数分解すると $(4x - \text{アイ})(\text{ウ}x + \text{エ})$ となる.

$8x^2 - 22x - 13 = 8x^2 + (4x - 26x) - 13 = 4x(2x + 1) - 13(2x + 1) = (4x - 13)(2x + 1)$ である.

たすき掛けを用いると

4	-13	→	-26	
2	1	→	4	
8	-13		-22	

となる.

【答】 $(4x - 13)(2x + 1)$

問題 002 (バリエーション No.1)

$x^2 - 5xy - 14y^2 + 6x + 48y - 40$ を因数分解すると $(x - 7y + \text{アイ})(x + \text{ウ}y - \text{エ})$ となる.

x について降べきの順に整理してから, y の部分を先に因数分解する.

$$\begin{aligned}
 x^2 - 5xy - 14y^2 + 6x + 48y - 40 &= x^2 - (5y - 6)x - (14y^2 - 48y + 40) \\
 &= x^2 - (5y - 6)x - (7y - 10)(2y - 4) \\
 &= (x - (7y - 10))(x + (2y - 4)) \\
 &= (x - 7y + 10)(x + 2y - 4)
 \end{aligned}$$

【答】 $(x - 7y + 10)(x + 2y - 4)$

問題 003 (バリエーション No.1)

$8x^3 - 27$ を因数分解すると $(\text{ア}x - \text{イ})(\text{ウ}x^2 + \text{エ}x + \text{オ})$ となる.

$(a^3 - b^3) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ であるから

$$8x^3 - 27 = (2x)^3 - 3^3 = (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$$

【答】 $(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$

問題 003 (バリエーション No.3)

$2a^4b - 54ab^4$ を因数分解すると $\text{ア}ab(a - \text{イ}b)(a^2 + \text{ウ}ab + \text{エ}b^2)$ となる.

$$\begin{aligned}
 2a^4b - 54ab^4 &= 2ab(a^3 - 27b^3) \\
 &= 2ab(a - b)(a^2 + 3ab + 9b^2)
 \end{aligned}$$

【答】 $2ab(a - 3b)(a^2 + 3ab + 9b^2)$

問題 003 (バリエーション No.5)

$x^4 - 3x^2 - 4$ を因数分解すると $(x + \boxed{\text{ア}})(x - \boxed{\text{イ}})(x^2 + \boxed{\text{ウ}})$ となる.

$$\begin{aligned}x^4 - 3x^2 - 4 &= (x^2 - 4)(x^2 + 1) \\&= (x + 2)(x - 2)(x^2 + 1)\end{aligned}$$

次数が大きい多項式は因数分解を何回もする必要がある場合もあるので注意しよう.

【答】 $(x + 2)(x - 2)(x^2 + 1)$

問題 003 (バリエーション No.7)

$x^4 - 7x^2 + 1$ を因数分解すると $(x^2 + \boxed{\text{ア}}x + \boxed{\text{イ}})(x^2 - \boxed{\text{ウ}}x + \boxed{\text{エ}})$ となる.

$$\begin{aligned}x^4 - 7x^2 + 1 &= x^4 + (2x^2 - 9x^2) + 1 \\&= (x^4 + 2x^2 + 1) - 9x^2 \\&= (x^2 + 1)^2 - (3x)^2 \\&= (x^2 + 1 + 3x)(x^2 + 1 - 3x) \\&= (x^2 + 3x + 1)(x^2 - 3x + 1)\end{aligned}$$

一見, 因数分解出来なさそうでも工夫すると出来る場合がある.

【答】 $(x^2 + 3x + 1)(x^2 - 3x + 1)$

50.2.2 整式の除法

問題 001 (バリエーション No.1)

整式 $8x^3 + 18x^2 + 28x + 22$ を整式 $2x^2 + 2x + 3$ で割ると、商は x + , 余りは x + である.

$$\begin{array}{r}
 4x \quad +5 \\
 2x^2+2x+3 \overline{) 8x^3+18x^2+28x+22} \\
 \underline{8x^3+8x^2+12x} \\
 10x^2+16x+22 \\
 \underline{10x^2+10x } 15 \\
 6x+7
 \end{array}$$

であるから商は $4x + 5$, 余りは $6x + 7$ である.

【答】 商は $4x + 5$, 余りは $6x + 7$.

問題 002 (バリエーション No.1)

整式 $-4x^4 + 18x^3 - 10x^2 + 15x + 18$ を整式 $2x^2 - 2x + 3$ で割ると、商は x^2 + x + , 余りは x + である.

$$\begin{array}{r}
 -2x^2 \quad +7x \quad +5 \\
 2x^2-2x+3 \overline{) -4x^4+18x^3-10x^2+15x+18} \\
 \underline{-4x^4+4x^3-6x^2} \\
 14x^3-4x^2+15x \\
 \underline{14x^3-14x^2+21x} \\
 10x^2-6x+18 \\
 \underline{10x^2-10x+15} \\
 4x+3
 \end{array}$$

より、商は $-2x^2 + 7x + 5$, 余りは $4x + 3$ である.

【答】 商は $-2x^2 + 7x + 5$, 余りは $4x + 3$.