

【コース ID : 51】 微分積分 I

51.1 逆三角関数の導関数, 関数の連続

51.1.1 逆三角関数の導関数

問題 001 (バリエーション No.1)

以下の空欄に入る値を後の選択肢から選び, その番号をマークせよ.

$$\sin^{-1}(-1) = \boxed{\text{ア}}$$

選択肢:

- ① 0 ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $-\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $-\frac{\pi}{3}$ ⑥ $\frac{\pi}{4}$ ⑦ $-\frac{\pi}{4}$ ⑧ $\frac{\pi}{6}$ ⑨ $-\frac{\pi}{6}$

$x = \sin^{-1}(-1)$ とすると, $\sin x = -1$ である. よって $x = -\frac{\pi}{2}$

【答】 ③

問題 002 (バリエーション No.2)

以下の空欄に入る値を後の選択肢から選び, その番号をマークせよ.

$$\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \boxed{\text{ア}}$$

選択肢:

- ① 0 ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$ ⑥ $\frac{2\pi}{3}$ ⑦ $\frac{3\pi}{4}$ ⑧ $\frac{5\pi}{6}$ ⑨ π

$x = \cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ とすると $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ である. よって $x = \frac{5\pi}{6}$.

【答】 ⑧

問題 003 (バリエーション No.2)

以下の空欄に入る値を後の選択肢から選び, その番号をマークせよ.

$$\tan^{-1}(\sqrt{3}) = \boxed{\text{ア}}$$

選択肢:

- ① 0 ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $-\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{\pi}{4}$ ⑤ $-\frac{\pi}{4}$ ⑥ $\frac{\pi}{6}$ ⑦ $-\frac{\pi}{6}$

$x = \tan^{-1}(\sqrt{3})$ とすると, $\tan x = \sqrt{3}$ であるから $x = \frac{\pi}{3}$ である.

【答】 ②

問題 004 (バリエーション No.2)

関数 $f(x) = \cos^{-1}(2x)$ の導関数 $f'(x)$ を表す式として正しいものを, 次の中から選び, その番号を へマークせよ.

- ① $\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$
 ② $\frac{2}{\sqrt{1+4x^2}}$
 ③ $\frac{2}{\sqrt{4x^2-1}}$
 ④ $-\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$
 ⑤ $-\frac{2}{\sqrt{1+4x^2}}$
 ⑥ $-\frac{2}{\sqrt{4x^2-1}}$

$(\cos^{-1} x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ であるから

$$(\cos^{-1}(2x))' = -\frac{(2x)'}{\sqrt{1-(2x)^2}} = -\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$$

【答】 ④

問題 005 (バリエーション No.1)

関数 $f(x) = \cos^{-1}(2x+3)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x) = \frac{\text{アイ}}{\sqrt{-x^2 - \text{ウ}x - \text{エ}}}$$

である.

$(\cos^{-1} x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ であるから

$$(\cos^{-1}(2x+3))' = -\frac{(2x+3)'}{\sqrt{1-(2x+3)^2}} = -\frac{2}{\sqrt{-4x^2-12x-8}} = -\frac{1}{\sqrt{-x^2-3x-2}}$$

【答】 $\frac{-1}{\sqrt{-x^2-3x-2}}$

問題 006 (バリエーション No.3)

関数 $f(x) = \sin^{-1}(3x)$ の導関数 $f'(x)$ を表す式として正しいものを, 次の中から選び, その番号を へマークせよ.

- ① $\frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}$
 ② $\frac{3}{\sqrt{1+9x^2}}$
 ③ $\frac{3}{\sqrt{9x^2-1}}$
 ④ $-\frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}$
 ⑤ $-\frac{3}{\sqrt{1+9x^2}}$
 ⑥ $-\frac{3}{\sqrt{9x^2-1}}$

$$(\sin^{-1} x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \text{ であるから}$$

$$(\sin^{-1}(3x))' = \frac{(3x)'}{\sqrt{1-(3x)^2}} = \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}$$

【答】 ①

問題 007 (バリエーション No.2)

関数 $f(x) = \sin^{-1}(3x+4)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x) = \sqrt{-\text{イ} x^2 - \text{ウ} x - \text{エ}}$$

である.

$$(\sin^{-1} x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \text{ であるから}$$

$$(\sin^{-1}(3x+4))' = \frac{(3x+4)'}{\sqrt{1-(3x+4)^2}} = \frac{3}{\sqrt{-9x^2-24x-15}} = \sqrt{\frac{3}{-3x^2-8x-5}}$$

【答】 $\sqrt{\frac{3}{-3x^2-8x-5}}$

問題 008 (バリエーション No.4)

関数 $f(x) = \tan^{-1}(4x)$ の導関数 $f'(x)$ を表す式として正しいものを, 次の中から選び, その番号を へマークせよ.

- ① $\frac{4}{16x^2 - 1}$
 ② $\frac{4}{16x^2 + 1}$
 ③ $-\frac{4}{16x^2 - 1}$
 ④ $-\frac{4}{16x^2 + 1}$

$$(\tan^{-1} x)' = \frac{1}{1 + x^2} \text{ であるから}$$

$$(\tan^{-1}(4x))' = \frac{(4x)'}{1 + (4x)^2} = \frac{4}{1 + 16x^2}$$

【答】 ②

問題 009 (バリエーション No.2)

関数 $f(x) = \tan^{-1}(2x + 1)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x) = \frac{\text{ア}}{\text{イ}x^2 + \text{ウ}x + \text{エ}}$$

である.

$$(\tan^{-1} x)' = \frac{1}{1 + x^2} \text{ であるから}$$

$$(\tan^{-1}(2x + 1))' = \frac{(2x + 1)'}{1 + (2x + 1)^2} = \frac{2}{4x^2 + 4x + 2} = \frac{1}{2x^2 + 2x + 1}$$

【答】 $\frac{1}{2x^2 + 2x + 1}$

51.1.2 関数の連続